Exercice 1 — 35' min — 5 pt

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct R $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \to \begin{cases} \sqrt{x^2-1}-x & \text{si } x\in[1,+\infty[\\ \dfrac{x^2+3x-3}{x-1} & \text{si } x\in]-\infty,1[\end{cases}$$

et (Γ) sa courbe représentative dans R.

Partie1 :

1) Montrer que f est continue sur $[1,+\infty[$.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat.

4) Vérifier que f n'est pas continue en 1.

5) Soit Δ la droite d'équation $y = x + 4$.

a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x+4)$.

b-Interpréter le résultat graphiquement .

Partie2 :

1) Pour $x < 1$ calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.

2) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (Γ) au point E d'abscisse 0 .

3) Pour $x > 1$, *calculer* $f'(x)$ puis déterminer son signe.

4) Dresser le tableau de variation de f sur IR.

Exercice 2 — 49' min — 7 pt

I. Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=1+\sqrt{x^2-1}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,i,j).

1)

a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[1,+\infty[$.

2)

a) Montrer que la droite $D: y=x+1$ est une asymptote oblique de C_f.

b) Etudier la position relative de la courbe de C_f par rapport à son asymptote D .

c) Tracer la courbe C_f et la droite D.

3)

a) Montrer que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

c) Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.

d) Tracer la courbe $C_{f^{-1}}$ dans le même repère (O,i,j).

4) On considère la fonction g définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=f\left(\dfrac{1}{\cos x}\right)$.

a) Montrer que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$, on a : $g(x)=1+tg(x)$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn
www.takiacademy.com